

Fuzzy Logic

1. Wprowadzenie

Popularne w ostatnich latach algorytmy genetyczne, pozwalają na symulację w komputerowym środowisku procesów ewolucyjnych na organizmach reprezentujących różne próby rozwiązania różnych, często silnie skomplikowanych problemów optymalizacji.

Logika rozmyta natomiast bardzo dobrze nadaje się do wykorzystania przy problemach, gdzie posiadana informacja, charakteryzująca środowisko, jest niepewna i nieprecyzyjna. Jak wyjaśnił twórca logiki rozmytej, L. Zadeh, systemy wykorzystujące ją mają dwa zastosowania:

- wąskie, w którym logika rozmyta jest używana do przybliżonego rozumowania,
- szerokie, w którym jest ona wykorzystywana wraz z teorią zbiorów rozmytych, czyli klasą obiektów, w których przejście między należeniem a nienależeniem jest stopniowe, a nie gwałtowne.

Połączenie tych dwóch technik może być więc bardzo obiecujące..

Na co dzień jesteśmy przyzwyczajeni do tradycyjnej logiki dwuwartościowej, z wartościami równymi prawdzie i fałszowi. Jednym z możliwych zapisów wartości, który będzie używany w tym opracowaniu, polega na oznaczeniu prawdy przez wartość 1, a fałszu przez 0. Dla przypomnienia (i możliwości porównania z następnymi przypadkami) podam tablice wartościujące działania trzech operatorów logicznych (negacji, sumy i koniunkcji):

W pewnych przypadkach jednak sytuacja nie daje opisać się tak restrykcyjnymi pojęciami jak prawda i fałsz, „białe” i „czarne”. Postaci jednoznacznie dobre i jednoznacznie złe występują jedynie w bajkach dla dzieci i czechosłowackich westernach („Lemoniadowy Joe”). W większości rzeczywistych przypadków wartość leży gdzieś pośrodku, mówiąc popularnie jest „szara”.

Dlatego właśnie powstały logiki wielowartościowe, których teorię opracował polski matematyk, Jan Łukasiewicz (1878÷1956).

- Niepewność stochastyczna:
Np. rzut kostką, wypadek, ryzyko ubezpieczenia
- rachunek prawdopodobieństwa.
- Niepewność pomiarowa
Okolo 3 cm; 20 punktów - statystyka.
- Niepewność informacyjna:
Wiarygodny kredytobiorca, spełniający warunki
- data mining, szukanie prawidłowości, skojarzeń.
- Niepewność lingwistyczna
Np. mały, szybki, niska cena ...

Logika rozmyta opiera się na pojęciu zbioru rozmytego. Zbiór rozmyty różni się od klasycznego zbioru logiki dwuwartościowej tym, że nie ma ostrej, dobrze określonej granicy. W przypadku klasycznego zbioru A element x całkowicie należy do A (przynależność równa 1) albo całkowicie jest z A wyłączony (przynależność równa 0), czyli należy do zbioru nie- A (jest to tzw. zasada wyłączonego środka). W przypadku zbioru rozmytego przynależność elementu może być częściowa i przybierać dowolną wartość z przedziału $[0,1]$. Wartość ta jest określona przez tzw. funkcję przynależności (*membership function*). W przypadku pojęć nieostrych i nieprecyzyjnych logika rozmyta jest naturalnym sposobem opisu. Ilustruje to rys.1, na którym pokazane są

Poziomy przynależności do zbiorów rozmytych różne od 0 (*false*) lub 1 (*true*) wymagają rozszerzenia definicji *operacji logicznych*. I tak najprostszym rozszerzeniem operacji iloczynu logicznego $A \text{ AND } B$, gdzie $A, B \in [0,1]$ są poziomami przynależności, jest zastosowanie funkcji $\min(A,B)$ wybierającej mniejszą z wartości funkcji przynależności do A i B , dla operacji sumy $A \text{ OR } B$ można zastosować funkcję $\max(A,B)$, a dla negacji $\text{NOT } A$ funkcję $1-A$. Tworzy się w ten sposób tablice prawdy logiki rozmytej. W ogólności, funkcje dla operatorów logiki rozmytej

1. Fuzyfikacja wejść. Polega ona na określeniu stopnia przynależności danej wartości wielkości wejściowej do każdego z odpowiadających jej zbiorów rozmytych pokrywających zakres możliwych wartości wejściowych (np. do jakiego stopnia temperatura jest niska, a do jakiego średnia). Operacja ta sprowadza się na obliczaniu funkcji lub wyszukiwaniu odpowiednich wartości w tabelach.

2. Zastosowanie operatorów logiki rozmytej do określenia stopnia, w jakim spełniona jest przesłanka w każdej z reguł. Wartościami wejściowymi są wartości przynależności sfuzyfikowanych wejść, na których wykonywane są rozmyte operacje logiczne (AND, OR itp.) tworzące przesłankę. Jako wynik otrzymuje się pojedynczy poziom prawdy spełnienia przesłanki.

3. Zastosowanie metody implikacji. Operacja ta sprowadza się do zmiany kształtu funkcji przynależności zbioru rozmytego konkluzji zgodnie z poziomem prawdy spełnienia przesłanki (przez obcięcie lub skalowanie). Dodatkowo przesłance każdej z reguł można nadać wagę z zakresu od 0 do 1 wyrażającą jej ważność w porównaniu z innymi. Wynikiem operacji są zbiory rozmyte odpowiadające każdej wielkości wyjściowej występującej w konkluzji.

4. Agregacja wszystkich wyjść. Polega ona na połączeniu dla każdej wielkości wyjściowej odpowiadających jej zbiorów wyjściowych ze wszystkich reguł w jeden zbiór rozmyty. Na wejściu procesu agregacji mamy listę obciętych lub przeskalowanych w wyniku implikacji funkcji przynależności danej wielkości wyjściowej w poszczególnych regułach (niekoniecznie wszystkich).

5. Defuzyfikacja. Polega na wyznaczeniu konkretnej wartości dla każdej wielkości wyjściowej ze zbioru rozmytego otrzymanego po agregacji. Najczęściej stosowaną metodą defuzyfikacji jest obliczanie środka ciężkości obszaru pod krzywą zagregowanej funkcji przynależności (*centroid method*). Inne możliwości to średnia maksimum funkcji zbioru wyjściowego, wybór największego lub najmniejszego z maksimum czy metoda bisekcji. W układach Sugeno defuzyfikacja polega na prostym wyznaczeniu średniej ważonej singletonów wyjściowych. Przykładowy przebieg opisanych operacji ilustruje rys.3. Warto zwrócić uwagę na to, że zaprojektowany w opisany sposób regulator rozmyty realizuje *statyczną* funkcję przejścia. Działanie dynamiczne można otrzymać przez wykonanie różniczkowania lub całkowania przed układem rozmytym i podanie otrzymanych w ten sposób sygnałów na jego wejścia.